



Proposition de stage (M2):

Transport Lagrangien en milieu multifractal

- **Laboratoire :** Institut de Physique de Nice (INPHYNI), CNRS, Université Côte d'Azur
 - **Contacts :**
 - Simon Thalabard (simon.thalabard@univ-cotedazur.fr)
 - Jérémie Bec (jeremie.bec@univ-cotedazur.fr)
-

Contexte

L'analogie entre le transport turbulent et les processus de diffusion constitue une idée fondamentale de la modélisation lagrangienne, reliant le caractère multi-échelle des champs de vitesse turbulents à certaines propriétés *anomales* du transport lagrangien [1,2]. L'exemple classique est celui de la dispersion de Richardson : cette approche de type champ moyen prévoit que, dans une turbulence homogène isotrope, les particules de fluide se dispersent suivant un processus multiplicatif, caractérisé par une diffusivité dépendant de l'échelle $K(r) \propto r^{4/3}$ et un régime de super-diffusion, où les distances entre particules croissent en moyenne comme $t^{3/2}$. Bien que des lois d'échelle super-diffusives soient observées dans des simulations numériques directes basées sur les équations de Navier-Stokes [3], la diffusion de Richardson proprement dite n'est obtenue théoriquement qu'en postulant une hypothèse très forte de turbulence gaussienne, décorrélée en temps et entièrement déterminée par une fonction de corrélation $\langle v(x)v(x+r) \rangle \propto 1 - r^{2h}$ avec l'exposant de Hölder $h = 1/3$ [4]. Ce cadre simplifié omet cependant une propriété fondamentale de la turbulence, appelée *intermittence*. En effet, bien que les écoulements turbulents s'apparentent à des milieux aléatoires, ils sont loin d'être gaussiens : ils se caractérisent par un spectre continu d'exposants de Hölder $h \in [0, 1]$. Cette *multifractalité* traduit la capacité de la turbulence à générer une large gamme de structures, caractérisées par des intensités et des échelles spatiales très variées. Elle rend compte de l'intermittence observée dans les écoulements turbulents, où coexistent des zones de faible et de forte dissipation [5,6]. Appréhender la physique du transport turbulent dans un cadre multifractal reste un défi théorique et observationnel majeur. Cela requiert de jongler habilement entre des analyses statistiques raffinées de données empiriques et le développement de modèles théoriques stylisés, pour proposer des descriptions dépassant celles obtenues par une approche de type champ moyen.

Objectifs

Le but de ce stage est d'analyser les signatures multifractales du transport Lagrangien dans des contextes numériques et théoriques bien définis. D'un point de vue numérique, le travail

consistera à exploiter les données lagrangiennes de la base de données TurbAzur, partagée entre les groupes de recherche en turbulence de l'Université Côte d'Azur. L'objectif est de caractériser la dispersion de paires de particules dans trois prototypes de turbulence présentant des propriétés multifractales différentes : la turbulence Navier-Stokes 3D [6], la turbulence Navier-Stokes 2D en régime de cascade inverse [7] et la turbulence quasi-géostrophique de surface [8]. Sur le plan théorique, l'analyse sera guidée par des avancées récentes sur le transport multifractal, reposant sur la théorie du chaos multiplicatif gaussien et sur une analogie originale avec la théorie du mouvement brownien de Liouville [9-11].

Références

- [1] Taylor, *Diffusion by continuous movements*, Proc. Lond. Math (1922)
- [2] Richardson, *Atmospheric diffusion shown on a distance-neighbour graph*, Proc. Roy. Soc. Lond (1926)
- [3] Bitane, Homann & Bec, *Timescales of turbulent relative dispersion*, Phys. Rev. E (2012)
- [4] Chaves et al, *Lagrangian dispersion in Gaussian self-similar velocity ensembles*, J. Stat. Phys (2003)
- [5] Mukherjee et al, *Turbulent flows are not uniformly multifractal*, Phys. Rev. Lett (2024)
- [6] Iyer, Sreenivasan & Yeung, *Scaling exponents saturate in three-dimensional isotropic turbulence*, Phys. Rev. Fluids (2020)
- [7] Müller & Krstulovic, *Lack of self-similarity in transverse velocity increments and circulation statistics in two-dimensional turbulence*, arXiv:2408.00631 (2024)
- [8] Valade, Thalabard & Bec, *Anomalous dissipation and spontaneous stochasticity in deterministic surface quasi-geostrophic flow*, Ann. H. Poincaré (2023)
- [9] Considera & Thalabard, *Spontaneous stochasticity in the presence of intermittency*, Phys. Rev. Lett (2023)
- [10] Rhodes & Vargas, *Gaussian multiplicative chaos and applications: a review*, Probab. Surveys, (2014)
- [11] Garban, Rhodes & Vargas *Liouville Brownian motion*, Ann. Probab. (2016)